

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 11.12.2023

1. Практическую работу выполняем в тетради для практических работ. Записываем тему, цель, вариант.

Практическое занятие № 15

Тема: «Вычисление значения производной для функций, заданных таблицей»

Цель: отработать технику вычисления значения производной для функций, заданных таблицей

Задание №1

Некоторая функция $y=f(x)$ задана в виде таблицы. Найти приближенно $f'(a)$ с помощью конечных разностей.

Вариант 1. $a=0,2$

x_i	0	1	2	3
y_i	3	5	7	9

Вариант 2. $a=2,5$

x_i	2	3	4	5
y_i	4	6	8	10

Вариант 3. $a=3,1$

x_i	3	4	5	6
y_i	7	9	11	13

Вариант 4. $a=0,5$

x_i	0	1	2	3
y_i	3	5	7	9

Пример выполнения практической работы

Некоторая функция $y=f(x)$ задана в виде таблицы

x_i	0	1	2	3
y_i	3,1	5,2	7,2	9,2

Требуется найти $f'(0,3)$.

Можно заменить данную функцию, аналитическая запись которой неизвестна, некоторой другой функцией (интерполянт) $y=\varphi(x)$, для которой $\varphi(x) \in f(x)$ и найти производную функции $y=\varphi(x)$. Если шаг таблицы h (разность между соседними значениями x) постоянен, то можно воспользоваться формулой:

$$\varphi(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1} t + \frac{\Delta^2 y_0}{1 \cdot 2} t(t-1) + \frac{\Delta^3 y_0}{1 \cdot 2 \cdot 3} t(t-1)(t-2) + \dots \quad (*)$$

$$\text{где } t = \frac{x - x_0}{h} \text{ и } \Delta^i y_0 = \Delta^{i-1} y_1 - \Delta^{i-1} y_0.$$

Вычисления будем производить с двумя знаками после запятой. Для заданной в виде таблицы функции $y=f(x)$ необходимо найти $f'(0,3)$.

Вычисление конечных разностей оформим в виде таблицы:

i	x_i	y_i	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
0	0	3,1	$5,2-3,1=2,1$	$2-2,1=-0,1$	$0-(-0,1)=0,1$
1	1	5,2	$7,2-5,2=2$	$2-2=0$	
2	2	7,2	$9,2-7,2=2$		
3	3	9,2			

Тогда, подставив полученные значения в формулу (*), получим

$$\varphi(x) = 3,1 + \frac{2,1}{1} x + \frac{-0,1}{1 \cdot 2} x(x-1) + \frac{0,1}{1 \cdot 2 \cdot 3} x(x-1)(x-2).$$

Далее находим $\varphi'(x)$ и $\varphi'(0,3)$.

Получим, что $\varphi'(0,3)=2,2$.

Задание отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru